

# 114學年度科學教育專案年度期中報告綱要

計畫編號：43

計畫名稱：基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動探討國小四年級學童學習

「數與量」之實踐與成效評估

主持人：陳孟訓

執行單位：臺南市安南區和順國民小學

## 壹、計畫目的及內容：

### 一、研究背景動機與目的

研究者於前年度(113學年度)計畫「以 APOS 理論為基礎之差異化教學活動探討國小中年級學生數學學習之實踐與成效評估」初步結果中發現，「商為一位數的除法」單元、「二位數、三位數除一位數的除法」單元及「二步驟計算」單元，實驗組後測分數皆高於控制組(如圖1) ( $70.46 > 70.08$ ， $F=.011$ ， $P=0.918 > .05$ ； $90.19 > 88.70$ ， $F=0.497$ ， $P=0.484 > 0.5$ ； $78.27 > 72.12$ ， $F=0.845$ ， $P=0.362 > .05$ )，雖皆未達顯著性差異，但從圖1比較長條圖中可以窺得實驗教學的成效隨著實驗處置的導入時間的拉長，慢慢有了成效，意即實驗組接受實驗教學後成效相較優於控制組接受一般傳統教學的成效。另外也覺察到在「圓」單元成就測驗表現上，實驗組較低於控制組，但未達顯著性。

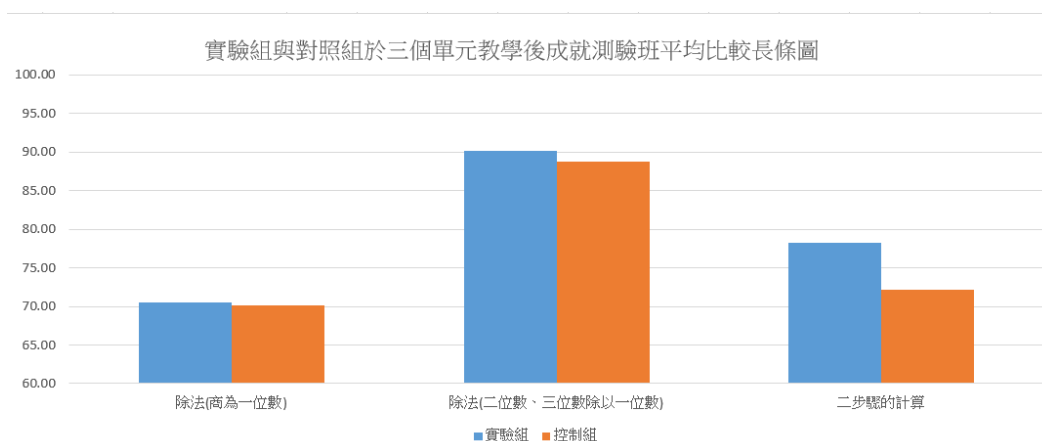


圖1 實驗組與對照組於三個單元教學後成就測驗班平均比較長條圖(研究者自行整理)

本年度(114學年度)研究除延續上年度(113學年度)「以 APOS 理論為基礎之差異化教學活動探討國小中年級學生數學學習之實踐與成效評估」中的差異化教育哲學觀，著重於教與學的思維和原則(Tomlinson & Imbeau, 2010)，其中差異化教學的哲學奠基於下列四個原則：(1)多樣性是正常且可貴的；(2)每個學習者都具有隱藏起來且能向外擴張的學習力；(3)老師的責任就是成為學生成功的工程師；(4)教育者應該成為每個踏進學校大門的學生的鬥士(Tomlinson, 2014, 張碧珠等譯, 2018)。它是一種教學取向(Instruction Approach)，沒有標準化的教學方式或策略，但教學重點需強調與學生學習經驗結合，教學策略需配合學生的需求，評量亦需多元、彈性和適切，且能評估學生「持續(ongoing)」的表現，教學的重點並非設計一個新課程，而是「現有」課程的調整及修正(Roberts & Inman, 2007)，計畫持續採用 Prast et al.(2015) 提出差異化循環(Cycle of Differentiation)較脈絡化的教學設計流程，如圖2所示外，更著力於「確立教育需求」的差異化教學循環的起始點上，借助國內小學數學教育中較為大型施測平台，如教育部學習扶助計畫「科技化評量系統」、臺中教育大學「縣市學生學習能力檢測平台」，從其年度的分析報告中萃取本校學生學習困難的概念及迷失概念，從而確立學生的學習需求，同時確立教學目標，進而進行教學設計、教學實踐，再進行最後的評估，預期能夠更有效率的進行數學課堂教學。

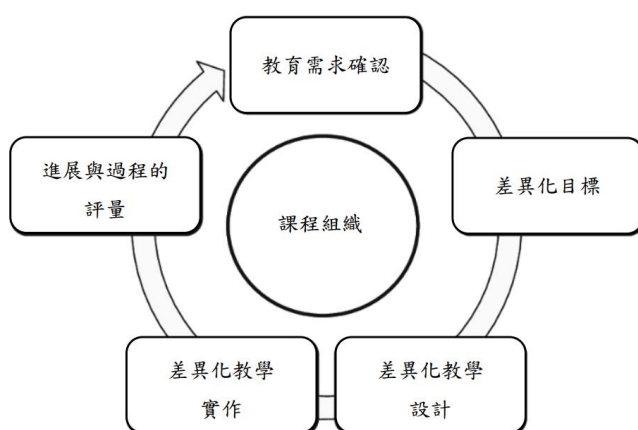


圖2 差異化循環(Cycle of Differentiation) (Prast et al., 2015)

此外，研究者於111學年度科學教育專案計畫基於 APOS-ACE 理論之數學奠基活動探討

國小「數與量」補救教學之實踐與成效評估(第一年)研究結果發現「數學自我效能與學生學習成效間似乎存在正比的關係」，而在研究者113學年度計畫中部份結果中覺察到，實驗組似乎於自我效能量表表現上較控制組呈現更為正向的結果，且達統計學上的顯著性。

綜上，本研究計畫兼顧延續上年度計畫部分結果發現的持續追蹤外，更為強調「評量-教學-再評量」的診斷教學策略，另亦於上年度發現實驗教學對於數與量的單元似乎較具有效，故提出「基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動探討國小四年級學童學習「數與量」之實踐與成效評估」，成效評估分為「學習成效」與「自我效能」兩部份。

## 二、研究假設

依本研究計畫研究目的、研究問題提出本計畫研究的假設如下：

假設一：學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習成效上有差異。

- 1.1 學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習成就上有差異。
- 1.2 學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習保留效果上有差異。
- 1.3 學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在自我效能上有差異。

假設二：高、中、低分組學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習成效上有差異。

- 1.1 高分組學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習成效上有差異。
- 1.2 中分組學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習成效上有差異。
- 1.3 低分組學生接受基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動在學習成效上有差異。

## 三、名詞解釋

### (一) 一般傳統教學

一般傳統教學是指傳統教學方式，以數學教科書為主，輔以電子媒體書，以及參考教師手冊進行教學，在教學活動上，以老師為主題，講述的時間居多，採以示範、講解後，再交由學生解題，最後學生練習並完成練習題。

### (二) 高、低分組學生

高分組和低分組學生的判斷依據標準，雖然未有明確規範，但目前最為常見的評斷標準係將量表總分的前27%、後27%切割出高分組和低分組(史麗珠、鍾佳玘、趙國玉、林雪蓉、侯嘉玲、林慧芬，2015；吳相儀等人，2018；郭彥成、林靜萍，2006)。

### (三) 學習成效

學習成效乃指教學結束後，學習者在知識、技能及態度上的改變（邱貴發，1992；Piccoli, et al, 2001）。本研究採用「成就測驗成績」、「數學自我效」問卷來量測受測者的上學習成效。其中「數學自我效能」係指學習者在接受單元教學後，針對「主動學習 (initiation)」、「努力堅持(persistence)」二個向度上的個人感受進行自我評估(Sherer & Maddux，1982)。

## 貳、 文獻探討與理論架構

### 一、 數學自我效能

自我效能(self-efficacy)一詞是由社會學習論的創始者班杜拉(Bandura)所提出的理論，係指個人在目標追求中面臨一項特殊工作時，對該工作動機之強弱，取決於個人對自我效能的評估(Bandura,1997)。自我效能分為「表現成就」(performance accomplishment)、「替代經驗」(vicarious experience)、「語言說服」(verbal persuasion)及「生理狀態」(physiological states)等四個構念(construct)形成( Bandura,1977)，是透過學生對於自我表現解讀發展而成(高家斌、蘇巧慧，2014)。有相關研究(Bandura,1977; Corkett, Hatt & Benevides,2011; Hoy & Spero,2005; Schunk,2003)提出自我效能與學生的學習之間有正向的關係，龔心怡(2008)影響數學學習成就相關因素探究：數學自我概念與數學自我效能的研究中提到，數學自我效能越高的學生，其數學學業表現也愈好。

### 二、 理論架構

本章節將討論到研究(APOS-ACE)的理論架構分述如下：

#### (一)APOS 理論

APOS 理論(APOS Theory)是一個描述數學概念如何被學習的理論模型，是由美國教

育家 Dr. Dubinsky 所提出的，它是一個用以解釋學習個體如何心理建構對於數學概念的理解的理論(Arnon et al, 2014, p17)。APOS 理論是以 Piaget 所提出的反思抽象理論(theory of re-flective abstraction)為基礎所發展出來的，聚焦於心智結構(mental structures)及其心理機制(mental mechanisms)。在心智結構上包括行動(action)、處置(process)、物件(object)及基模(schema)四個階段，而心理機制則有內化(interiorization)、協調(coordination)、反轉(reversal)、封包(encapsulation)、解封包(de-encapsulation)、主題化(thematization)，以及形成  $A \rightarrow P \rightarrow O \rightarrow S$  過程進展(Arnon et al, 2014, p10)(如圖2)

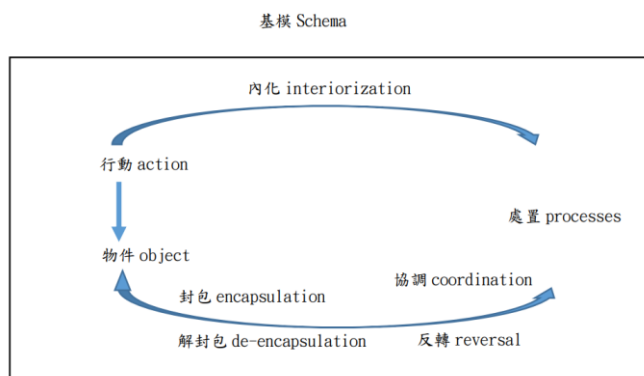


圖2 建構數學知識的心智結構及機制(Asiala et al., 1996)

行動 (action) 是對物件的移轉 (transformation)，常被個體視為有一外在的引發。處置 (process) 是個體建立在對物件的重複行動 (action) 上的反思，最後可以抽象序列行動的意義，形成一自我反應的自動化處理常式，不必受外在刺激的影響，因此可將一輸入密切地移轉成輸出關係的一般化。當個體對一公式表示式建立自求數值 (self-evaluating) 的心像，這時就顯示此個體具有處置的概念。具有處置概念的個體可以逆推或解構其正向行動，不需要實際去執行計算，就能知道最後結果，並可以接受公式中的數值修改成未知數也是一種結果。物件 (object) 則是內化 (interiorization) 處置的結果，也是個體對一種獲多種處置的反思，將整個處置變成一種自動化之程式，以代數關係 (公式) 加以封包成一實體 (膠囊化)，之後可用來移轉或行動或與其他物件運算。

基模 (scheme) 是由一或數個物件及其處置所集聚的概念構造圖，也可視為個體保留核心概念及其關係的一種集聚知識，這種知識使得學生知曉何時及如何使用這些概念。基模一旦被建構，物件和處置是被關聯的，且有順序先後的排序。基模知識可以讓資訊被接受或存取使用，當使用者取得數學概念，原理和程式時，就可將其轉換成基模，作為下次數學活動如探測或分類等之知識基底，基模形成後又可以做為下次較高階行動的基礎(謝哲仁、陳孟訓、李慶志，2014)。

此外，APOS 理論提供一個解釋模型-起源分解(GD)，它是一個假設性模型(hypothetical model)，描述學生為了學習一個特定數學概念時所必須建構的心智結構與機制(Asiala et al., 1996)，透由 APOS 理論與起源分解，我們可以觀察學習者建構知識的過程，也可以獲知學習者是否掌握正確概念，從而獲得學生如何習得數學概念的解釋，也能從中覺察學習者的困難點進行教學活動的修改（曾建銘，2016）。

## (二) ACE 教學循環(the ACE Teaching Cycle)

Dubinsky & Leron(1994)強調每一個心智結構都來自於起源分解(GD)。而起源分解(GD)對教學方法來說，是一個用以連接 APOS 理論起點，我們統稱為 ACE 教學循環。它是一種教學策略(pedagogical strategy)是由三種元素所組成：活動(activities)、課室討論(classroom discussion)及課後練習(exercises done outside the class)，分述如下(Arnon et al, 2014, p58)：

1. **行動(activities)**：是 ACE 教學循環的第一個步驟，學生們採用團體合作的模式進行來自起源分解(GD)的學習任務，藉以協助他們建構心智結構(mental constructions)。這個階段的活動主要聚焦於反思抽象(reflective abstraction)而不是獲得正確答案。
2. **課室討論(classroom discussion)**：是 ACE 教學循環的第二部分，涉及小團體及講師引領的班級討論，如在學生們在執行教學者所指派之實驗活動型紙筆任

務(paper-and-pencil tasks)及計算。課室討論及課堂中的任務給予學生有對任務反思的機會，特別是在實驗室完成的活動。當教學者引導討論時，他或她可能會提供定義、解釋，又或者是一個宏觀的觀點去緊控住他們正在思考或執行的。

3. **課後練習(exercises done outside the class)**：是 ACE 教學循環的第三部分，由標準的問題所組成，用起強化學習活動及課堂討論。練習是用以延續發展自起源分解的心智結構，另引導學生應用他們所學及思考相關的數學想法。

ACE 教學循環與起源分解的關聯如圖3所示。

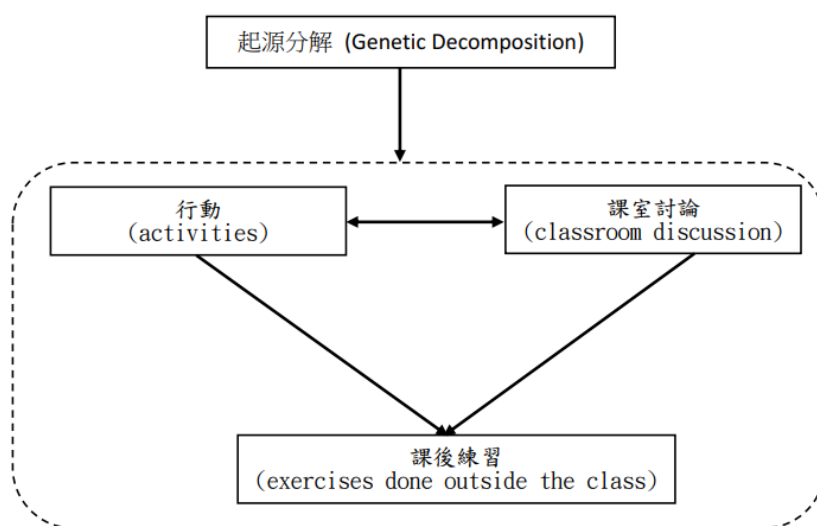


圖3 ACE 教學循環及起源分解的關聯(Asiala et al., 1996)

### 參、 研究方法及步驟：

本研究將採用 APOS 作為實驗教學設計，使用典範(paradigm)中部分或全部的元素。首先，我們將聚焦於數學概念上表徵所衍生的教學概念，透由因材網數學知識節點星空圖，繪製出概念的起源分解(GD)，以及依據「科技化評量」、「縣市學生學習能力檢測」試題分析，作為微調教學設計檢視點。第二，進行相對應的 ACE 教學循環設計並同時搭配差異化循環架構於設計與實踐教學階段，結合差異化任務學習包(Learning Package of Differentiated Instruction Tasks)示例，如圖3所示。第三，進行過程資料的蒐集與分析，完成報告撰寫。

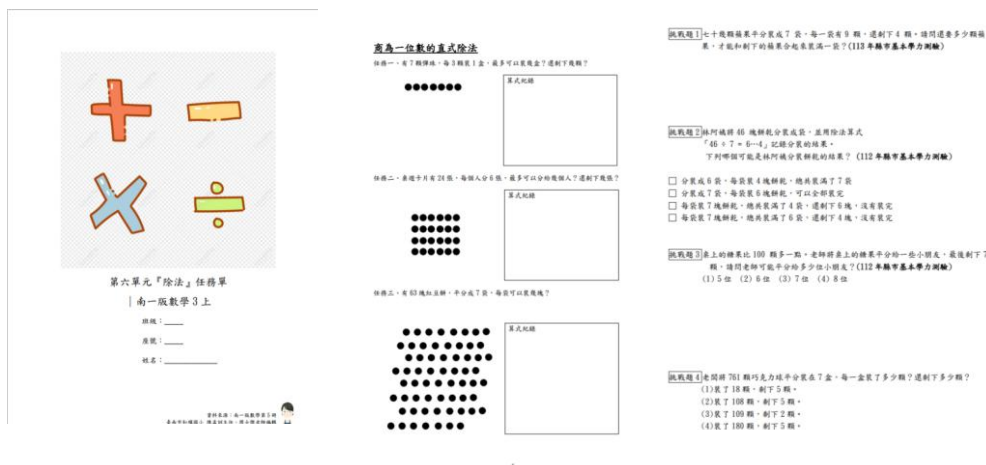


圖3 商為1位數除法之差異化任務學本（陳孟訓，2024）

(Learning Package of Differentiated Instruction Tasks)

課程單元規劃如表1所示：

表1 實驗教學課程規畫一覽表

單元名稱	參與師學生數/組別
除法	30人/組
小數	30人/組
分數的加減和整數倍	30人/組
小數乘以整數	30人/組

## 一、研究架構及流程圖

### （一）研究架構

Asiala 等人(1996)針對 APOS 理論提出特定的三元論循環研究架構，架構組成包含以下三個元素：(1) 發展相對應起源分解(理論分析)、(2)設計與實踐適當的 ACE 教學循環(教學)、(3)蒐集與分析來自於 ACE 教學循環的實踐後的資料。研究者將採用 Asiala 等(1996)所提出的研究架構做為本研究架構(如圖4)。

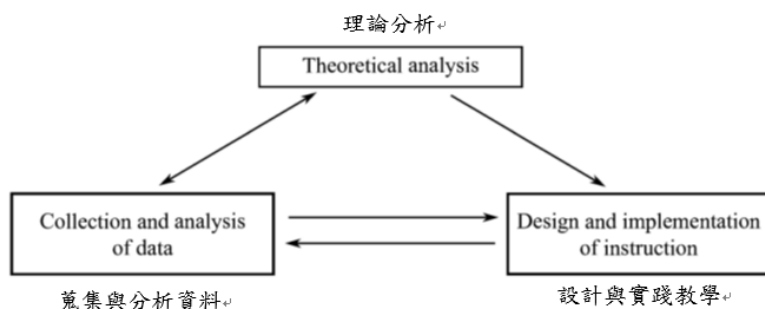


圖4 研究循環 (Asiala et al. 1996)



## (二)研究流程

各階段的工作說明如下：

### 1. 準備階段

本階段的工作內容為：

- (1) 文獻探討、確定研究主題、擬定研究設計及研究工具：閱讀國內外文獻，以形成研究問題，並與研究團隊確定研究主題，最後擬定研究設計。
- (2) 編制研究工具：考相關研究、文獻及評測結果，做為編訂「成就測驗」、「差異化任務學習包」的參考。
- (3) 「數學自我效能問」編訂，經專家審視，經由預試對象受測驗後定稿。

### 2. 發展階段

本階段的工作內容為：

- (1)起源分解：基於 APOS 理論進行數學概念的起源分解。本計畫將透由因材網數學知識節點星空圖，繪製出相對應單元的數學概念的起源分解(GD)。
- (2) 教學設計與實踐：根據 Dubinsky 的 APOS 理論與數學概念起源分解為架構設計相對應的教學活動，並參酌 Prast et al.(2015) 所提出的差異化循環架構設計，同時設計差異化任務學習包，教學單元設計將參酌歷年「國民小學及國民中學學習扶助方案科技化評量及縣市學生學習能力檢測」試題分析結果進行微調，並依據九年一貫課程綱要能力指標，擬定學習活動之教學目標、教學活動，及發展評量。並於實施後蒐集學生作答反應和回饋，最為教學活動設計修改的參考。
- (3)資料蒐集與分析：將「數學學習成就測驗」與「數學自我效能問」等資料，進行統計、分析，並與學生晤談的質性資料進行交叉分析比對，最終對以基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動設計修改，提供具體的建議。

### 3. 整理階段

本階段的工作內容為：

- (1) 資料蒐集與分析：將「數學學習成就測驗」與「數學自我效能問」等資料，進行統計、分析，並與學生晤談的質性資料進行交叉分析比對，最終對本研究有興趣的研究者或教學者提供具體的建議。
- (2) 撰寫研究論文：整理結果內容，並做出結論與建議。

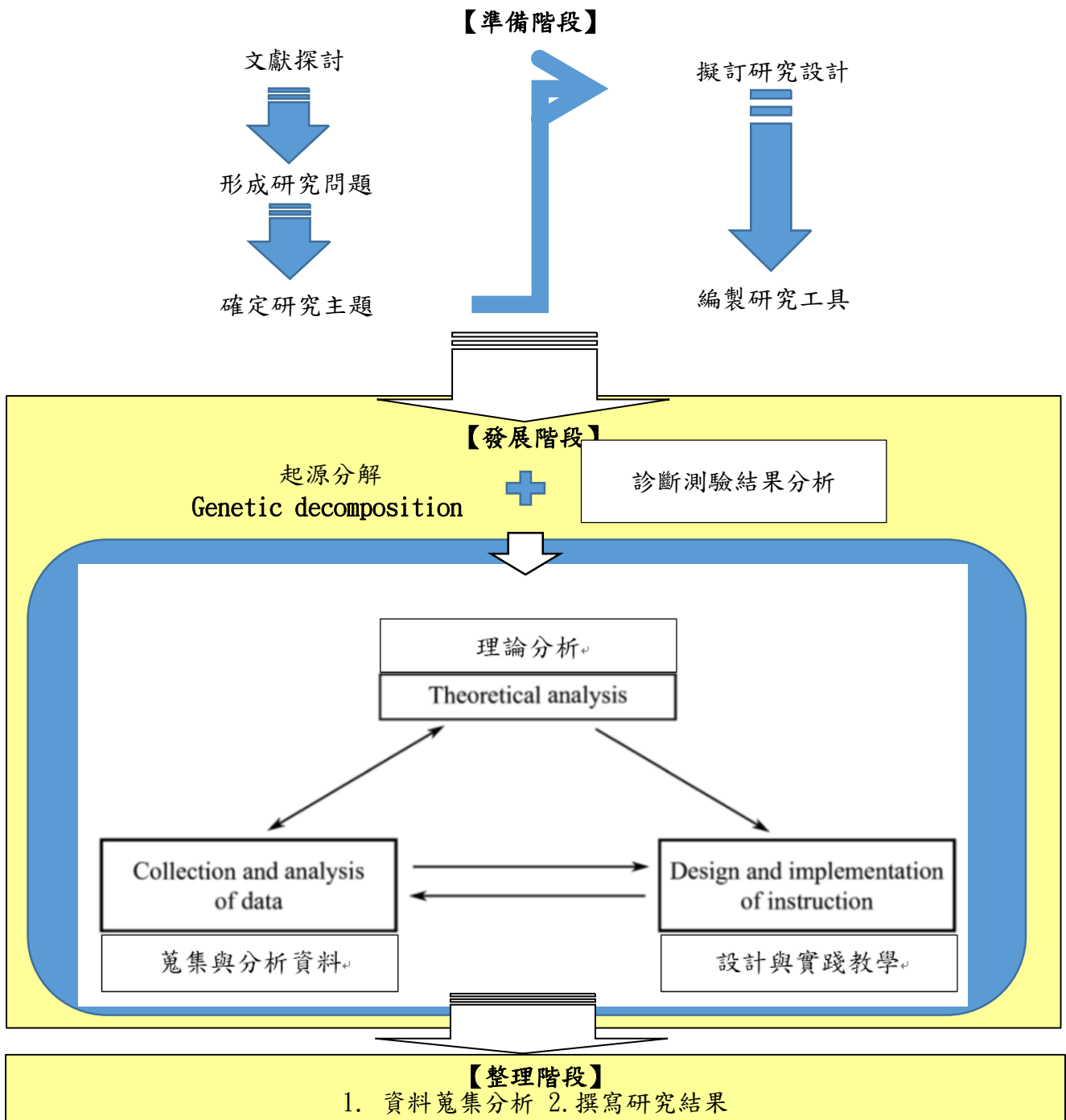


圖5 研究流程圖

## 二、研究對象

本計畫以臺南市安南區和順國小為研究場域，研究對象為國小中年級二班學生，隨機分配一班為實驗組，接受實驗教學，另一班為控制組，接受一般傳統教學。

## 三、研究設計

本研究設計為準實驗研究設計，設計模式如下：

$X_1$   $O_1$   $O_2$

(基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動)

---

$X_2$   $O_3$   $O_4$

(一般傳統教學活動)

其設計過程如下，包含下列三項步驟：

1. 隨機分派一般為實驗組，同學年另一班為控制組。
2. 實驗組接受實驗處置  $X_1$ ，對照組則接受  $X_2$ 。
3. 實驗組處置後，兩組學生皆接受後測( $O_1$ 、 $O_3$ )。
4. 於學年度學學期末，兩組接接受延後測( $O_2$ 、 $O_4$ )。

## 四、教學活動設計及實踐 ACE 循環

### (一)數學「操作-表徵」活動

活動結合數學知識節點星空圖做為起源分解，依選定單元擬定各項子任務，任務是基於學生操作具體物/圖像/符號過程中使用相對應的心智結構。

### (二)課室討論(Classroom Discussions)

上階段的數學活動需伴隨「組內共學」、「組間互學」等課室討論活動，在課室討論中，學生有機會可以表達他對數學活動的想法、思考及理解，鑒於讓思考可以看得見或可以操作，課室討論將搭配任務單上的圖像或表格等可視的表徵，亦可

讓研究者得以分析學生對概念的反思過程，最終由教師針對課程概念的脈絡整理進行導學。

### (三)課後練習(Homework Exercises)

此階段目的在於強化數學活動與課堂討論面向，尤其是在學生透由操作具體物/圖像/符號的過程持續建立及擴展學生對於數學概念的基模(schema)。練習指的是指派給學生的課後作業及比較同一概念的不同情境。

活動教學示意圖如下圖所示：

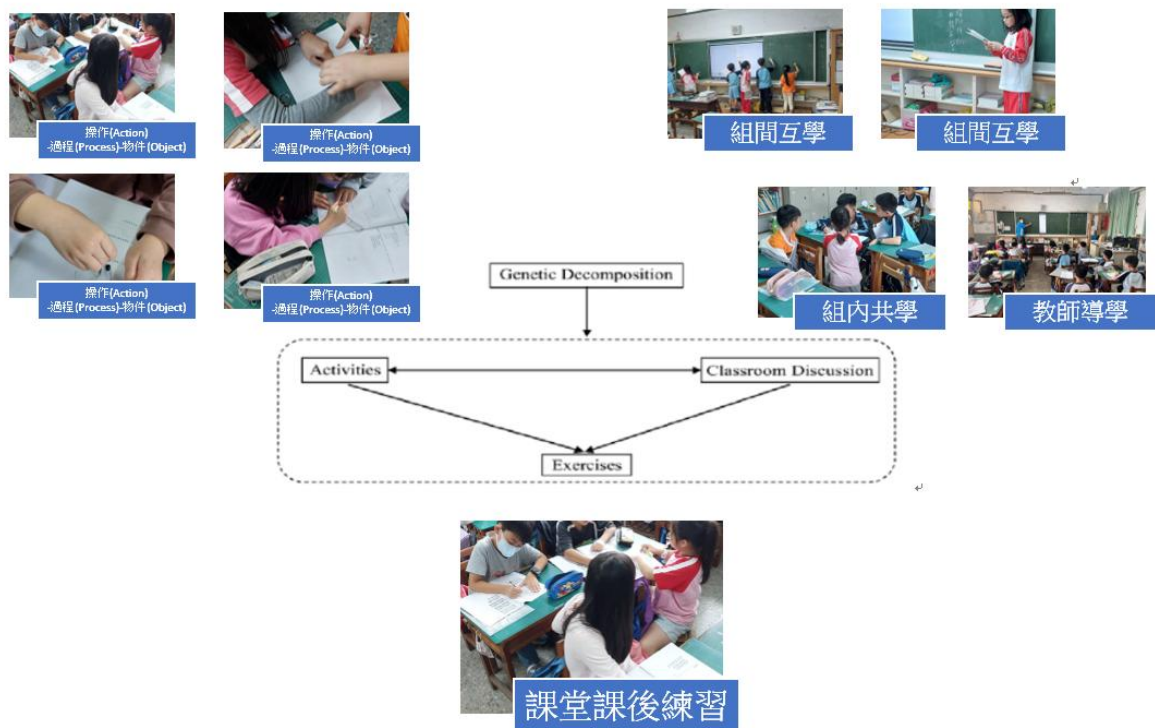


圖6 教學活動設計及實踐 ACE 循環示意圖(陳孟訓，2024)

## 五、 研究者的背景與角色

研究者的背景與角色R1：陳主任為國立臺東師院數理教育學系92級畢業，爾後至國立台南大學數學教育學系碩士班進修，取得碩士學位。碩士論文的研究主題為「數學閱讀活動對數學學習成效之影響與歷程」，目前已發表的文章有「Arranging an environment of an augmented Reality to Investigate Students' Self-learning in break」、

「The Case Study of Learning Linear Function」、「Using the APOS to Design Computer Dynamic Activities for Learning the Linear Function」、「A Study of Spontaneous Learning of an Augmented Reality after Class」、「The Study of Implementing Augmented Reality Assessment on Lower-Grade curriculum」、「Utilizing MAR for Remedial teaching of compound-cube-surface area at elementary school in Taiwan」及「Utilizing Free Augmented Reality App for Learning Geometry at Elementary School in Taiwan: Take Volumetric Measurement of Compound Body for Example」。在教學歷程方面分為三階段：第一階段為畢業時分發於高雄縣旗山鎮旗山國小擔任高年級導師三年；第二階段調至臺南市南區大型學校，擔任高年級導師一年；第三階段則是於99學年度調至臺南市東區97年新成立的學校東區裕文國小(本研究場域)，期間參與多年教育部的專案計畫，如「未來想像與創意人才培訓第一年、第二年計畫」、「102、104、106年行動學習試辦學校計畫」、「97學年度科教專案-校園古蹟的科學教學模組發展研究」、「103學年度科學教育專案計畫—導入 ANT 學習策略之主題探索活動對學生學習自然科學的影響」、「104學年度科學教育專案計畫—行動者網絡理論(ANT)學習策略導入自然與生活科技領域對學生知識蓄積與學習態度的影響」、「105學年度科學教育專案計畫—基於視覺化知識結構(Knowledge Structure)之口述數位心智圖(Digital Mind Mapping)學習策略對國小學童科學知識蓄積與學習成就的影響」、「106學年度科學教育專案計畫-基於知識結構圖架構下之數位科學桌遊教材開發與評估(第一年)」、「107學年度科學教育專案計畫-基於知識結構圖架構下之數位科學桌遊教材開發與評估(第二年)」、「108基於知識結構圖架構下之數位科學桌遊教材開發與評估(第三年)」及「基於 APOS-ACE 理論之數學奠基活動探討國小數與量補救教學之實踐與成效評估(第一年)」、「以 APOS 理論為基礎之差異化教學活動探討國小中年級學生數學學習之實踐與成效評估」相當熟稔計畫的執行。陳主任擁有數理背景，於臺南大學數位科技學習系取得博士學位，博士論文題目為「行動式擴增實境輔助學童學習國小數學立體幾

何之研究」，對於數學教材的內容知識(Content Knowledge)及教學知識(Pedagogical Knowledge) 擁有足夠的掌握度，更具有科技融入的課程設計能力，並曾多次發表科技融入數理課程的研究，在本研究中扮演主持規劃、計畫聯絡人及課程設計與教學的工作。

R2、R3：兩位皆具備有豐厚的教學經驗，在本研究中擔任對照組與實驗組的教學工作。

表2、研究人員工作分配表

研究人員	在本研究中負責的工作範圍
R1陳主任	主持規劃、計畫聯絡人、APOS/ACE 教學開發與設計、資料搜尋分析等
R2協同教師	協同 APOS/ACE 教學實驗、觀察紀錄、資料蒐集等
R3協同教師	協同 APOS/ACE 教學實驗、觀察紀錄、資料蒐集等

## 六、教學活動設計

### (一) 基因起解(GD)【知識節點星空圖】及診斷測驗分析

表3 基因起解(GD)【知識節點星空圖】及診斷測驗分析一覽表

課程單元

知識節點星空圖

第四單元 除法——上南一版

**N-4-2 處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算**，教師用位值的概念說明直式計算的合理性。  
備註：直式計算乘數與除數三位數，直式計算須注意 0 的教學，較大位數除法須進行估商的教學，知道如何「 $1600 \times 200$ 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方式。

**N-4-4 對大數取概數**，具體生活情境，四捨五入法，無條件進入，無條件捨去，含運用概數做估算，近似符號「 $\approx$ 」的使用，的認識。

**N-2-7 十乘乘法**

**N-3-5 除法直式計算**，教師用位值的概念說明直式計算的合理性，被除數為二、三位數。

**N-3-3 乘法直式計算**，教師用位值的概念說明直式計算的合理性，被除數為二、三位數。

**NC-4-2-1 能熟練四位數除以一位數的除法直式計算**  
**NC-4-2-2 熟練較大位數的乘法直式計算**

**NC-4-2-2-1 能熟練四位數除以一位數的除法直式計算**  
**NC-4-2-2-2 能熟練二、三、四位數除以二位數的除法直式計算**  
**NC-4-2-2-3 能熟練三、四位數除以三位數的除法直式計算**  
**NC-4-2-2-4 能理解被除數及除數後面有多個 0 的計算問題**  
**NC-4-2-2-5 能理解有餘數的乘除互逆**  
 $a = b \times q + r$

診斷測驗分析

NC-4-2-2 熟練較大位數的除法直式計算。

19

34\*

202305-25  
篩選測驗

25. 算算看，「 $3072 \div 17$ 」的商和餘數是多少？

(1) 商是 180，餘數是 12  
(2) 商是 121，餘數是 15  
(3) 商是 18，餘數是 22  
(4) 商是 18，餘數是 12

113縣市學力測驗\_4年級

◇概念理解 ◇程序執行 ◆解題思考

通計檢了 200000 份的資料，發現同學們答對第 25 題的資料如下：

每份資料中答對多少份資料才算正確呢？

① 7  
② 8  
③ 70  
④ 71

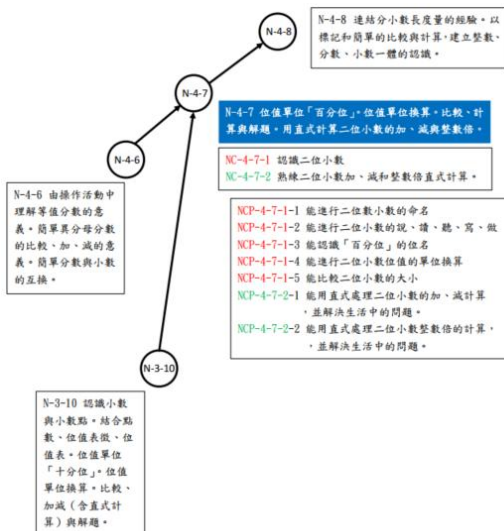
選項	1	2	3	4	其他	總得分
TN	0.08	0.26	0.20	0.46	0.01	
HSES	0.08	0.33	0.11	0.48	0.01	
全體	0.08	0.26	0.20	0.45	0.01	
高分組	0.02	0.20	0.06	0.73	0.00	
低分組	0.15	0.28	0.33	0.23	0.01	

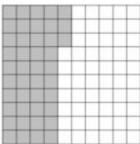
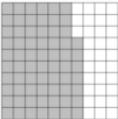
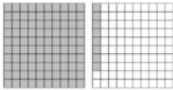
平均得分率 48%

反思教學建議

N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算，教師用位值的概念說明直式計算的合理性。

# 第九單元小數——上南一版



基本學習內容指標	檢測結果		檢測年度
	○	×	
NC-4-7-2 熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。	23	44*	202505-14 篩選測驗
14. 種子店有綠豆 1.85 公斤，老闆再進貨綠豆 40 公斤，現在店裡有多少公斤的綠豆？ (1) 41.85 (2) 5.85 (3) 2.25 (4) 1.25			
NC-4-7-1 認識二位小數。	12	32*	202405-25 篩選測驗
25. 如圖，將 1 張紙平分分成 100 份，塗色的部分是多少張紙？ 			
(1) 0.43 (2) 4.3 (3) 40.3 (4) 43			
NC-4-7-1 認識二位小數。	11	42*	202305-24 篩選測驗
NC-4-7-2 熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。	31	22*	202305-11 篩選測驗
24. 如圖，1 張色紙平分分成 100 等份，塗色部分是幾張色紙？ 			
(1) 67 (2) 6.7 (3) 6.07 (4) 0.67			
11. 公園的步道全長 2.32 公里，笑笑已經走了 1.36 公里，還剩下多少公里就可以走完整條步道？ (1) 0.96 (2) 1.04 (3) 1.06 (4) 3.68			
4-n-11 能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。	26	34*	202205-10 篩選測驗
10. 關於 0.7、0.58、0.63、0.49 四個數比較大小的敘述，下列何者正確？ (1) 0.7 最大 (2) 0.63 最大 (3) 0.7 最小 (4) 0.63 最小			
4-n-11 能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。	9	43*	202005-20 篩選測驗
20. 如圖，將兩張色紙都平分分成 100 份，塗色部分是多少張色紙？ 			
(1) 1.8 (2) 1.08 (3) 10.8 (4) 108			

112縣市學力測驗\_4年級

◆概念理解 ◆程序執行 ◆解題思考

28. 短繩長 1 公尺 5 公分，長繩長 1.2 公尺。  
甲說：短繩長也可以說是 1.5 公尺。  
乙說：長繩長也可以說是 1 公尺 2 公分。  
請問哪個人的說法正確？

① 只有甲正確  
② 只有乙正確  
③ 甲、乙兩人都正確  
④ 甲、乙兩人都都不正確

數與計算

量與量測

空間與形狀

資料與不確定性

項目	1	2	3	4	其他	總分
TN	0.08	0.08	0.54	0.30	0.01	0.39
HSES	0.07	0.09	0.48	0.36	0.00	
全體	0.08	0.08	0.54	0.29	0.01	
高分組	0.04	0.03	0.37	0.55	0.00	
低分組	0.13	0.16	0.53	0.17	0.01	

平均答對率

29%

反思教學重點

N-4-7

二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算、比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。

113縣市學力測驗\_4年級

◆概念理解 ◆程序執行 ◆解題思考

「900 和 0.09 合起來」和甲一樣大。  
「9 個 100、1 個 10 和 9 個  $\frac{1}{100}$  合起來」和乙一樣大。  
「9 個 100、9 個 1 和 9 個  $\frac{1}{10}$  合起來」和丙一樣大。  
請問甲、乙、丙三人中，哪個數最大？

① 甲  
② 乙  
③ 丙  
④ 三個數一樣大

數與計算

量與量測

空間與形狀

資料與不確定性

項目	1	2	3	4	其他	總分
TN	0.15	0.43	0.24	0.17	0.01	0.43
HSES	0.15	0.27	0.45	0.11	0.03	
全體	0.15	0.41	0.25	0.19	0.01	
高分組	0.07	0.68	0.20	0.05	0.00	
低分組	0.21	0.25	0.24	0.29	0.01	

平均答對率

45%

反思教學重點

N-4-7 位值單位「百分位」。位值單位換算、比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。

## (二) 教學處置

教學活動包含完成系列基於基因起解(GD)的學習任務，任務涉及操作具體物/符號/圖像搭配符號紀錄，預期可以幫助學生透過回顧概念基因起解的概念建構脈絡來有效習得數學概念。單元學習活動內容以「除法(【四位數除一位數】、【二、三位數除二位數】)|4上」、「小數(【認識二位小數】、【小數的大小比較】、【小數的加減法】、【認識小數數線】)|4上」、「分數的加減和整數倍|4下」、「小數乘以整數|4下」為主題，同時以「行動概念(action conception)」、「過程概念(process conception)」及「物件概念(object conception)」對應於ACE教學循環(ACE teaching cycle)規劃三個循環(three iterations)，每一個循環(each iteration)規劃2節課進行任務活動與班級討論，家庭作業(homework exercise)於概念課程結束後分派並於下一個課程概念開始前收回。

## 七、資料蒐集與分析

本研究採實驗研究法，資料蒐集分為量化資料與質性資料，分述如下：



## (一) 量化資料蒐集、分析、信效度的建立

### 1. 數學成就測驗

#### 1.1 試題編制

為能了解學生於本研究實驗課程的學習成效，學生於實驗課程前後接受成就測驗評量，評量內容採歷年「國民小學及國民中學學習扶助方案科技化評量及縣市學生學習能力檢測」題型，經專家學者評估修正，與預試對象測驗後定稿，以建立其信效度。評量後的數據進行統計分析，了解學生的學習成效。

#### 1.2 試題預試

預試試題編製完成後，為了解題目是否編制妥當，於是隨機挑選本校五年級二個班的學生進行試預，參與預試學生人數共58人。

#### 1.3 信度與效度的建立

在信度方面，研究者此用 Cronbach's  $\alpha$  係數作為本測驗內不一致性之估計方法，且 Garmines & Zeller(1979)提及，一份優良的教育測驗至少應具有.80以上的信度係數值，才比較具有使用的價值(引自余民寧，2004)，而本計畫所編製的成就測驗  $\alpha$  值為皆高於.80，故本試題符合測驗信度要求。

在效度方面，本計畫所編製的成就測驗試題根據單元挑選自「歷年國民小學及國民中學學習扶助方案科技化評量及縣市學生學習能力檢測常錯題型」，兼具內容效度及專家家效。

### 2. 數學自我效能問卷

本研究將參採高家斌、蘇玲慧(2014)所編製的數學自我效能問卷，問卷聚焦於「學習數學的感受」、「學習數的喜愛」、「在數學課程的表現」、「解決數學問題的能力」為主的內容，分為「科目喜愛」及「學習表現」，共8題(如附件一)，整體 Cronbach's  $\alpha$  值為.853。

## (二)質性資料蒐集、分析、信效度的建立

### 1. 資料蒐集

#### (1) 課室觀察：

在實驗課程期間以實際觀察來獲取資料，並蒐集相關文獻。

#### (2) 半結構式晤談：

研究者針對課程實施及量表內容，進行半結構式晤談，透過對話內容分析瞭解學生學習歷程。

### 2. 資料轉譯與編碼

分析的資料包括實地觀察紀錄、觀察者互動訪談、教師省思札記、研究者與學生之晤談紀錄。以下將說明本研究原始資料的轉譯與編碼方式，以便於研究資料的整理與呈現。

表4 資料轉譯代號說明表

代號	說明
TR	代表教學者
TA	代表觀察教師
TG	代表研究群教師
S01	代表某位學生（S01、S02、S03、表示不同座號的學生）
SS	代表全部或大部分學生
:	代表某人說話
( )	情境的補充描述
……	內容的省略

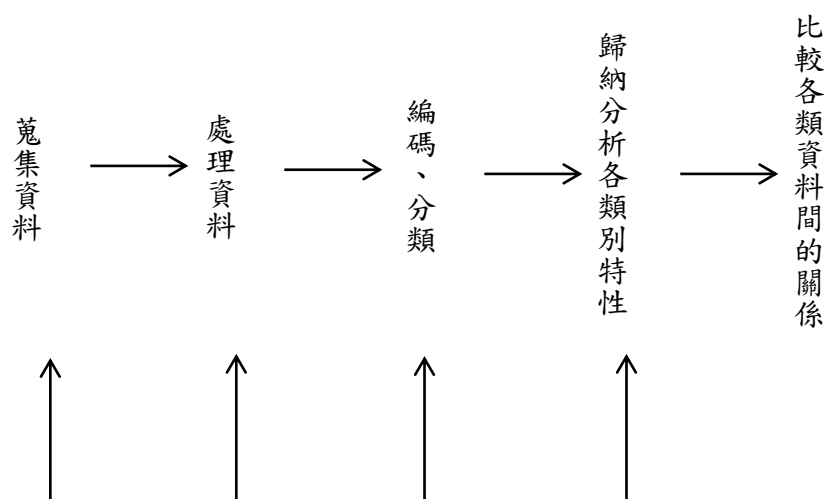
表5 資料編碼說明表

類別	內容綱要	範例說明
(札 TR 年月日)	研究者札記	(札 TR981012) 研究者98年10月12日的教學省思札記
(觀 TA 年月日)	觀察教師日誌	(觀 TA981012) 觀察教師98年10月12日的教學觀察記錄
(平 TA 年月日)	教師教學歷程軌跡	(平 TA981012) 研究者98年10月12日的教學歷程軌跡
(平 S01年月日)	學生學習歷程軌跡	(平 S01981012) 學生98年10月12日的教學歷程軌跡

(訪 TA 年月日)	觀察教師訪談記錄	(訪 TA981012) 與觀察教師於 98年10月12日的訪談記錄
(訪 S01年月日)	學生訪談記錄	(訪 S01981012) 與學生 S01於 98年10月12日的訪談記錄
(單 N-AS01)	學生第 N 單元第 A 張的學習單	(單 2-1S01) 學生 S01在第二單元第一張的學習單

### 3. 資料分析

由於本研究將所收集資料分類編碼後，並透過研究者本身、研究樣本、觀察者進行資料的交叉比對，再依據研究目的分析影響研究結果的原因。以下圖來表示研究團隊在質性資料的分析作法：



### 4. 信度與效度的建立

#### (1) 信度的建立

本研究採用多元的方式蒐集資料，資料來源包括觀察者互動訪談、學習表現、教師心得札記、學習歷程紀錄等不同來源，以多元回饋的資料與三角校正的資料比來增加研究的可信度。「三角校正法」(triangulation)進行資料的比對，方式如下：

- A. 資料的校正方面：在訪談過程中，請受訪學童確認其心得回饋單作答是否與真實之想法一致，並藉由訪談結果與學童之心得回饋單作答結果對照，檢驗是否具一致性，亦即同時檢驗心得回饋單的可信度。

- B. 研究人員的校正方面：將整理的資料，由整個研究團隊進行交互核對，儘量使收集的資料和分析結果趨向客觀。
- C. 方法的校正方面：使用心得回饋單、觀察與訪談等方法來探討受試者的想法，使收集資料更加可靠。

## (2) 效度的建立

Lincoln 與 Guba 指出：質性研究的效度其實就是指可靠性、穩定性、一致性、可預測性與正確性。在效度的建立上，本研究在研究情境中先組成研究群，利用合作研究的討論來提高效度的建立；另外，依據教育部公佈之九年一貫課程綱要中數學領域之課程目標，著手擬定 APOS/ACE 教學活動設計。初步完成活動設計後，邀請數學教育專家及具有5年以上數學教學經驗的專家教師進行審查，使活動教案的課程內容具備專家效度。本研究的具體做法是：

1. 在資料蒐集與分析的過程中，反覆的檢覈資料與審思資料中所蘊涵的意義，透過不斷的自我反省與批判及與「研究團隊」間的對話，以確認自己的研究成果趨向真實性，避開研究的偏見或迷思，以提高本研究的「內在效度」，即所謂的「確實性」。
2. 盡量廣泛詳盡的描述研究的情境，將研究時真實的一面顯現出來，讓讀者或其他研究者能將研究情境的結果，應用在自己的情境中，以提昇本研究的「外在效度」，即所謂的「可轉換性」。

#### 肆、 目前研究結果：

- 一、接受「基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動學生」與接受「一般傳統教學活動學生」於「除法單元」成就測驗後測表現皆優於前測。

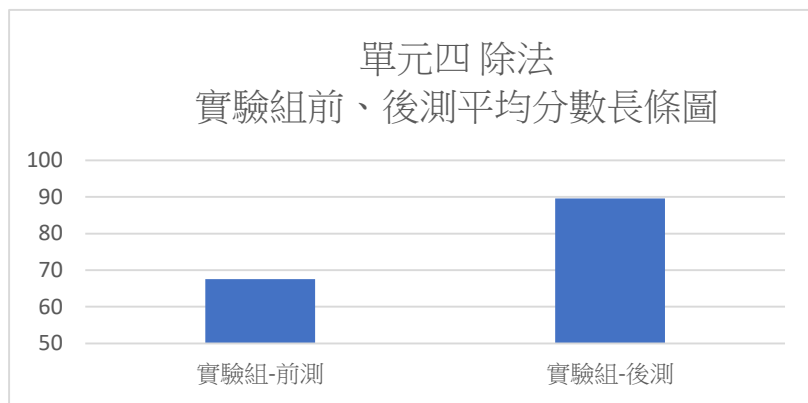


圖7 實驗組【單元四】除法前、後測平均分數長條圖

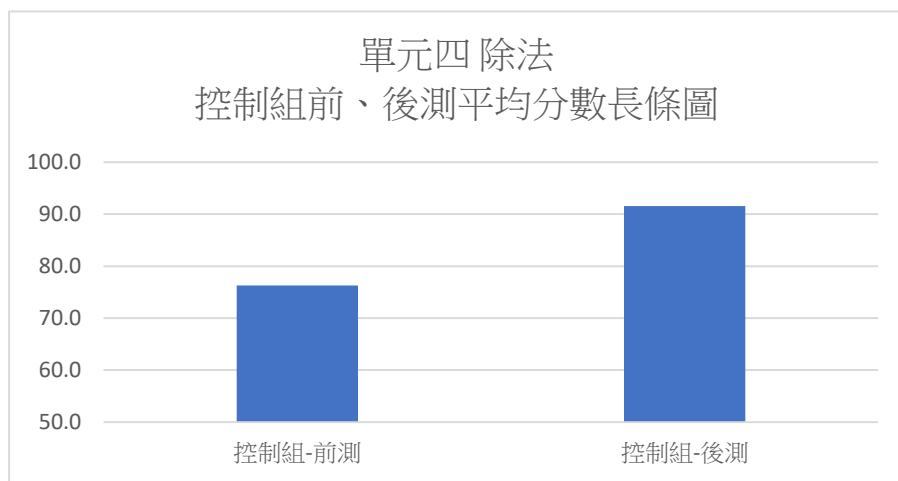


圖8 控制組【單元四】除法前、後測平均分數長條圖

- 二、接受「基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動學生」較接受「一般傳統教學活動學生」於「除法單元」成就測驗後測表現略低，但未達統計上的顯著性( $F=.032$ ， $P=0.858>.05$ )。

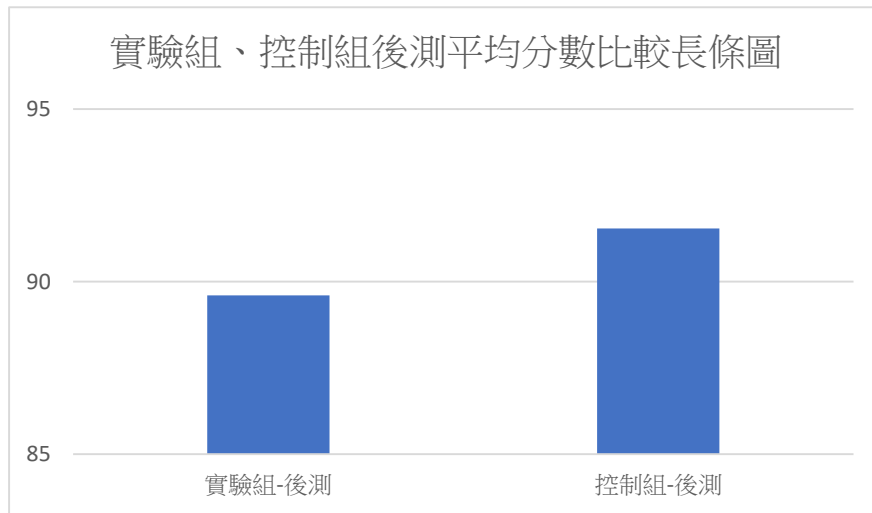


圖9 實驗組、控制組後測平均分數比較長條圖

表6 共變數分析摘要一覽表

受試者間效應項的檢定

依變數: Y

來源	型 III 平方和	df	平均平方和	F	顯著性	淨相關 Eta 平方
X	1740.154	1	1740.154	13.270	.001	.217
GRO	4.228	1	4.228	.032	.858	.001
誤差	6294.307	48	131.131			
總數	426600.000	51				
校正後的總數	8082.353	50				

a. R 平方 = .221 (調過後的 R 平方 = .189)

三、接受「基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動學生」較接受「一般傳統教學活動學生」

於「除法單元」成就測驗前、後測進步幅度略高。

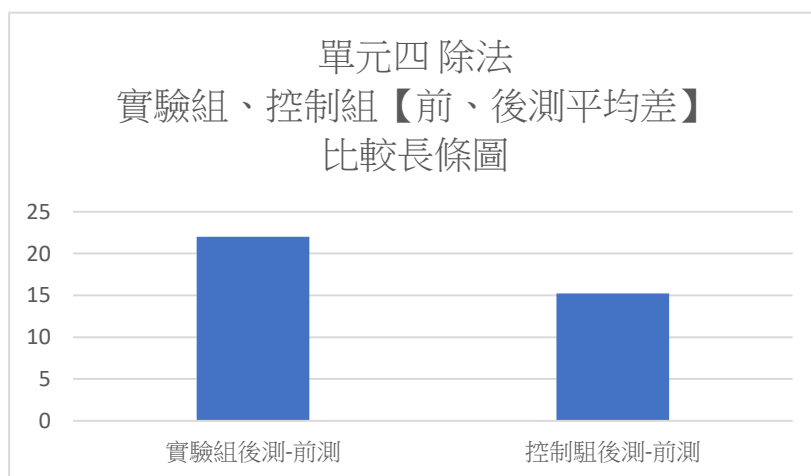


圖10 實驗組、控制組【前、後測差平均】比較長條圖

四、實驗組學生於例行性題型答對率與控制組相同或略低，但值得探討的是於非例行性題型上(第8題、第9題)則略高於控制組，檢視其題型較為強調直式除法過程結構。

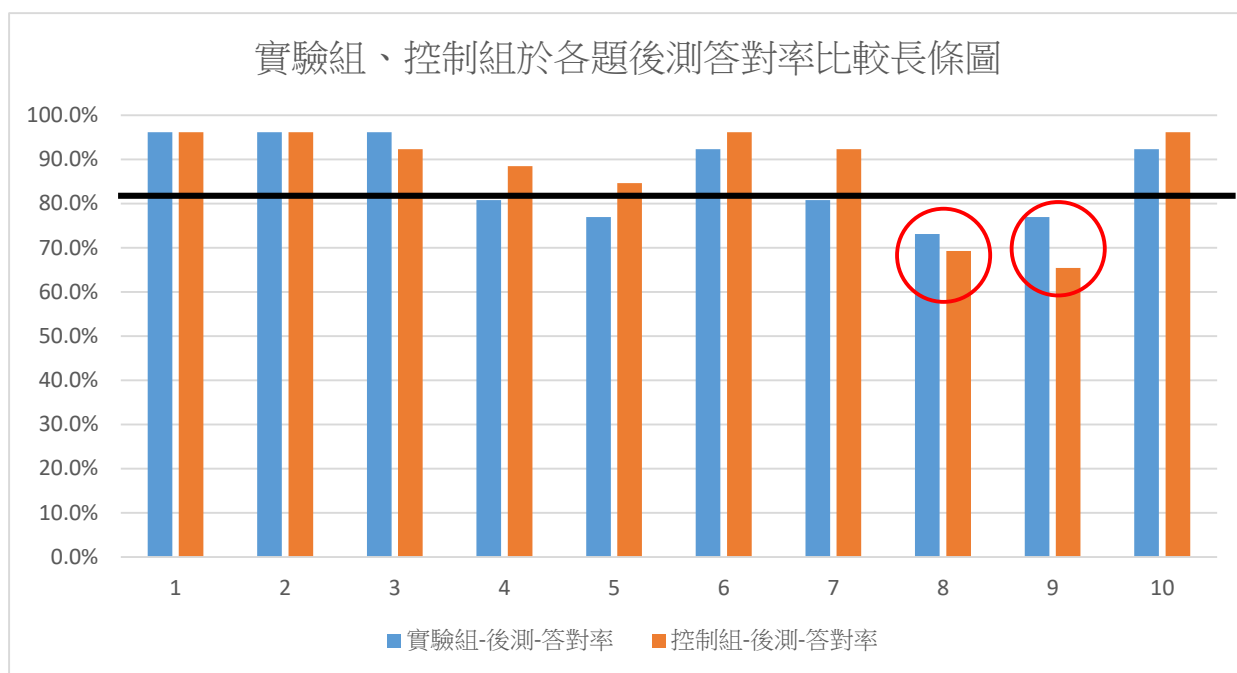


圖11 實驗組、控制組於各題後測答對率比較長條圖

表7 實驗組與控制組學生於非例行性題型答題表現一覽表

<p>( )8. 有關下列三位數除二位數的直式算式的敘述，何者錯誤？</p> $  \begin{array}{r}  14 \overline{) 1456} \\  \underline{14} \phantom{0} \\  5 \phantom{0} \\  \underline{56} \\  1  \end{array}  $ <p>(1) A=1 (2) B=9 (3) C=7 (4) D=5</p>	選項	1	2	3	4*	其他
	實驗組	11.5%	0.0%	11.5%	73.1%	3.8%
<p>( )9. 有關下列三位數除二位數的直式算式的敘述，何者錯誤？</p> $  \begin{array}{r}  2 \overline{) 397} \\  \underline{25} \phantom{0} \\  14 \phantom{0} \\  \underline{14} \phantom{0} \\  7  \end{array}  $ <p>(1) A=5 (2) B=1 (3) C=1 (4) D=2</p>	選項	1	2*	3	4	其他
	實驗組	7.7%	76.9%	7.7%	3.8%	3.8%
	控制組	7.7%	65.4%	15.4%	7.7%	3.8%

肆、目前完成進度：

- 一、完成「除法/4上」、「小數/4上」兩個單元的任務學習包。
- 二、完成「除法/4上」單元的成就測驗前、後測。

伍、預定完成進度：

表5、研究甘特圖

[illegible]



## 陸、建議與討論：(含遭遇之困難與解決方法)

一、接受「基於診斷測驗之 APOS 數學學習活動學生」與較接受「一般傳統教學活動學生」於「除法單元」成就測驗表現略低，但未達統計上的顯著性，但細究各題答題情形，似乎在非例行性題型上(第8題、第9題)的表現，實驗組則略高於控制組，檢視其題型較為強調直式除法過程結構，顯示在偏重於程序性知識的除法單元下雖說傳統教學下的成效略高於實驗教學，但在處理過程結構概念的題型上則是實驗組略優的情形。

## 柒、參考資料：

余民寧（2004）。《心理與教育統計學》。三民書局。

吳清山（2012）。差異化教學與學生學習。《國家教育研究院電子報》，(38)。

吳相儀、陳冠羽、廖思涵、劉政宏、謝碧玲（2018）。「新編青少年強項量表」之編製與驗證。《測驗學刊》，65(4)，367-399。

史麗珠、鍾佳玳、趙國玉、林雪蓉、侯嘉玲、林慧芬（2015）。注意力不足過動症知識量表之發展及信效度評估。《台灣公共衛生雜誌》，34(3)，319-334。

高家斌、蘇玲慧（2014）。國中學生協同學習、學習策略與數學自我效能關係之研究。《教育理論與實踐學刊》，25-55。

邱貴發（1993）。電腦輔助教學成效探討。《視聽教育雙月刊》，33(5)，11-18。

張宇樑（2015）。差異化教學在國小數學課室之應用。收於張新仁（主編），《中小學教學改革》。中華民國課程與教學學會。

陳孟訓（2024）。以 APOS 理論為基礎之差異化教學活動探討國小中年級學生數學學習之實踐與成效評估。收於《113 學年度中小學科學教育專案計畫期中成果報告》。未出版手稿。

曾建銘（2016）。運用 APOS 理論教學設計的認知診斷評量研究（行政院科技部專題研究成果報告，MOST 104-2511-S-656-003）。未出版手稿。

甄曉蘭（2012）。《差異化教學策略研習手冊》。國立臺灣師範大學教育研究與評鑑中心。

謝哲仁、陳孟訓、李慶志 (2014)。視覺數學遞迴程序知識的動態電腦設計成效。發表於第 18 屆全球華人計算機應用大會 (GCCCE 2014)，上海，中國。

郭彥成、林靜萍 (2006)。大學生桌球認知測驗之編製。《體育學報》，39(3)，119–129。

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 6(2), 1–32. <https://doi.org/10.1090/cbmath/006/01>

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84(2), 191–215. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.84.2.191>

Prast, E. J., Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2015). Readiness-based differentiation in primary school mathematics: Expert recommendations and teacher self-assessment. *Frontline Learning Research*, 3(2), 90–116. <https://doi.org/10.14768/fr.v3i2.163>

Roberts, J. L., & Inman, T. F. (2007). *Strategies for differentiating instruction: Best practices for the classroom*. Prufrock Press.

Piccoli, G., Ahmad, R., & Ives, B. (2001). Web-based virtual learning environment: A research framework and a preliminary assessment of effectiveness in basic IT skill training. *MIS Quarterly*, 25(4), 401–426.

Tomlinson, C. A. (1995). *How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms*. ASCD.

Tomlinson, C. A., & Imbeau, M. B. (2010). *Leading and managing a differentiated classroom*. ASCD.

Tomlinson, C. A. (2014)。《差異化班級——回應所有學習者的需求》(張碧珠、呂潔樺譯)。

五南。(原著出版年：2018)

## 數學自我效能問卷

各位同學好：

感謝您參加本計畫數學活動，請協助填寫下列問卷內容，並於填寫結束後交給班級老師。您的寶貴意見，將成為我們日後規劃與辦理活動之參考，謝謝您的合作！’

臺南市安南區和順國小教務處 敬啟

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

	很少 如此	偶爾 如此	經常 如此	一直 如此
一、當我在執行數學學習任務時，我確信可以完成它	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
二、我的問題之一是我無法在應該學習的時候進行學習	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
三、假使我不能在第一時間解題，我會持續嘗試直到我解出來為止	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
四、當我為自己立下了重要的目標，我很少達成的	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
五、我在成功完成解題前，我就放棄了	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
六、我逃避面對困難的數學問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
七、假如數學題目看起來很複雜，我甚至懶得去嘗試	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
八、當我有不愉快的解題經驗，我會堅持下去直到解題完成	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
九、一旦下定決心要把題目做出來，我會立即著手	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十、嘗試學習新的事物(新單元)時，如果最初沒有成功，我很快就會放棄	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十一、當出現意想不到的問題時，我處理不好	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十二、當學習新事物太難時，我會逃避學習他們	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十三、失敗只會讓我更加努力	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十四、我對我自己做事的能力感到不安全	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十五、我是一個凡是靠自己的人	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十六、我是一個很容易放棄的人	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
十七、我似乎沒有能力處理生活中出現的大多數問題	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

